

Wiktor KAMYCKI<sup>1</sup>  
Stanisław NOGA<sup>2</sup>  
Michał BATSCH<sup>3</sup>

## OBLICZENIOWA WERYFIKACJA SEGMENTOWEGO MODELU ZALEŻNOŚCI MIĘDZY WSPÓLCZYNNIKAMI $K_{H\beta}$ ORAZ $K_{F\beta}$ DLA KÓŁ WALCOWYCH O ZĘBACH PROSTYCH

W pracy omówiono zagadnienia dotyczące wyznaczania współczynników nierównomiernego rozkładu obciążenia w przekładniach zębatych. Zaproponowano metodę wyznaczania korelacji pomiędzy współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$  odnoszącymi się odpowiednio do nierównomiernego rozkładu naprężeń stykowych oraz naprężeń u podstawy zęba od zginania w kole zębatym. Zaproponowane rozwiązanie pozwala analizować w zębie odkształcenia i naprężenia w dwuwymiarowej skali, uwzględniając wysokość i szerokość zęba. Otrzymane z zaproponowanego modelu wyniki porównano z rezultatami obliczeń, otrzymanymi zgodnie z zaleceniami według normy ISO, dotyczącymi wyznaczania nierównomierności rozkładu obciążenia. Następnie ustalono obszary zgodności wygenerowanych rozwiązań.

**Słowa kluczowe:** koła zębate, rozkład obciążenia, współczynnik nierównomierności rozkładu obciążenia, rozkład naprężeń

### 1. Wprowadzenie

Przekładnie zębate stanowią jeden z najistotniejszych zespołów przeniesienia ruchu w szeroko pojętych środkach transportu i maszyn. Jednym z głównych ogniw procesu projektowania przekładni zębatych są obliczenia wytrzymałościowe i dynamiczne. W pracy [1] omówiono drgania własne przekładni zębatej małej mocy. Wyniki obliczeń dynamicznych wykorzystano do oszacowania poziomu naprężeń przy dopuszczalnej wartości przyspieszenia. Otrzymane wartości naprężeń porównano z graniczną wytrzymałością zmęczeniową materiału, z którego wykonano przekładnię. W publikacji [2] analizowano zagadnienie kontaktowe w przekładni stożkowej. Zaproponowany model matematyczny zjawiska zweryfikowano metodą elementów skończonych (MES). W artykule [3] rozwa-

<sup>1</sup> Autor do korespondencji/corresponding author: Wiktor Kamycki, Politechnika Rzeszowska, Al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, Polska, e-mail: wiktorkamycki@gmail.com

<sup>2</sup> Stanisław Noga, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Poland, e-mail: noga@prz.edu.pl

<sup>3</sup> Michał Batsch, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska, e-mail: mbatsch@prz.edu.pl

żano zagadnienie kontaktowe w aspekcie określenia sztywności zazębienia przekładni. W zaproponowanych modelach sztywnościowych efektywnie zidentyfikowano współczynniki istotnie wpływające na sztywność zazębienia. W kolejnej pracy [4] analizowano wpływ sztywności na określenie rozkładu naprężeń wzdłuż boku zęba. Wymagane obliczenia zrealizowano, posiłkując się modelami MES. Wpływ niewspółosiowości kół zębatych na rozkład dynamicznego obciążenia wzdłuż linii styku zębów analizowano w pracy [5]. Podobnie jak w poprzedniej, stosowne analizy symulacyjne wykonano, posiłkując się środowiskiem obliczeniowym MES.

W literaturze dotyczącej kół zębatych można znaleźć wiele informacji na temat metod i sposobów wyznaczania rozkładu obciążenia oraz współczynników jego nierównomierności. Podstawowe zalecenia w tym zakresie są zawarte w normach ISO 6336 [6-8]. W pracach [9, 10] porównano metody wyznaczania nośności uzębień z wykorzystaniem norm ISO, AGMA oraz metody elementów skończonych. W publikacjach [11, 12] omówiono zaproponowane algorytmy analizy styku zębów pod obciążeniem, zorientowane na wyznaczenie rozkładu obciążenia z uwzględnieniem odchyłek wykonawczych oraz błędów osadzenia wałów. W publikacji [13] oszacowano wpływ zastosowanej metody wyznaczania współczynników nierównomierności rozkładu obciążenia na wyniki obliczeń przekładni zębatej.

Większość prac skupia się na metodach obliczeń przekładni mających na celu weryfikację lub dobór jej parametrów z uwagi na nośność. Brak jest jednak opublikowanych wyników badań na temat zależności pomiędzy współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$ . Znajomość takiej relacji pozwoliłaby na wnioskowanie na temat rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku jedynie na podstawie rozkładu obciążenia u podstawy zęba, które może być zmierzone w warunkach rzeczywistych. Pewna próba została podjęta w publikacji [14]. Autorzy wyznaczyli rozkład obciążenia wzdłuż linii styku na podstawie pomiarów obwodowych odkształceń zęba. Tego typu pomiary mogą być realizowane jedynie na stanowisku kontrolnym w warunkach nieodpowiadających rzeczywistym warunkom operacyjnym. Inne, niepublikowane dotąd badania nt. korelacji pomiędzy współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$  omówiono w pracy [15]. Zaproponowane modele obliczeniowe (analityczny i numeryczny MES) zweryfikowano badaniami doświadczalnymi oraz wynikami wygenerowanymi zgodnie z zaleceniami według normy ISO. Niniejsza praca jest kontynuacją pracy [16] i wpisuje się w opisaną lukę badawczą.

## 2. Sformułowanie zagadnienia

Nierównomierność rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku jest brana pod uwagę przy obliczeniach wytrzymałościowych przekładni zębatych. Wyraża się ona współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$ , określającymi wpływ nierównomiernego obciążenia odpowiednio na naprężenia stykowe oraz na naprężenia u podstawy. Współczynniki te są określone zależnością [6-8]:

$$K_{H\beta}, K_{F\beta} = \frac{(F/b)_{max}}{F_m/b} \quad (1)$$

gdzie:  $K_{H\beta}$  – współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zęba ze względu na naprężenia od nacisków,

$K_{F\beta}$  – współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zęba ze względu na naprężenia od zginania,

$F$  – maksymalna wartość obciążenia wzdłuż linii styku zębów,

$F_m$  – obciążenie średnie wzdłuż linii styku zębów,

$b$  – szerokość wieńca zębatego,

$(F/b)_{max}$  – tzw. maksymalne obciążenie jednostkowe,

$F_m/b$  – tzw. średnie obciążenie jednostkowe.

Ze wzoru (1) wynika, że współczynniki nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku wyrażają iloraz maksymalnego obciążenia do średniego obciążenia przypadającego na jednostkę długości zęba. Minimalną wartością, jaką współczynniki mogą przyjąć, jest jedność, co jest równoważne z idealnym, równomiernym rozkładem obciążenia. Zwiększająca się wartość współczynników wskazuje na pogorszenie się warunków współpracy kół zębatych.

Istnieją wytyczne oraz zależności empiryczne opisujące wzajemną zależność tych współczynników. Znajomość tego powiązania jest szczególnie ważna w przypadku doświadczalnego ustalania charakteru rozkładu naprężeń stykowych na podstawie zmierzonego rozkładu naprężeń u podstawy zęba. Podane w literaturze informacje na temat związku pomiędzy tymi współczynnikami są niewystarczające i nie pozwalają w sposób jednoznaczny na ich korelację. Ponadto norma ISO 6336 nie podaje wytycznych obliczania rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów w biegunie zazębienia. Zaprezentowana w niniejszej pracy metoda umożliwi wyznaczenie takiego rozkładu na podstawie pomiarów tensometrycznych na dnie wrębu zęba.

### 3. Metoda ISO

Zalecenia projektowe dostępne w normach ISO 6336 [6-8] przedstawiają nierównomierny rozkład obciążenia na szerokości wieńca zębatego jako skutek nierównoległego zazębienia się pary kół zębatych w płaszczyźnie przyporu, z uwzględnieniem odkształceń sprężystych kół i obudowy, jak również odkształcenia łożysk oraz błędów powstałych w fazie produkcyjnej. Zgodnie z normą ISO 6336-1 [6] występują trzy metody wyznaczania współczynników nierównomiernego rozkładu obciążenia. Zależnie od metody możliwe jest wyznaczenie jednego z tych współczynników, przez co konieczne są dalsze przekształcenia oparte na zależności empirycznej:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} \quad (2)$$

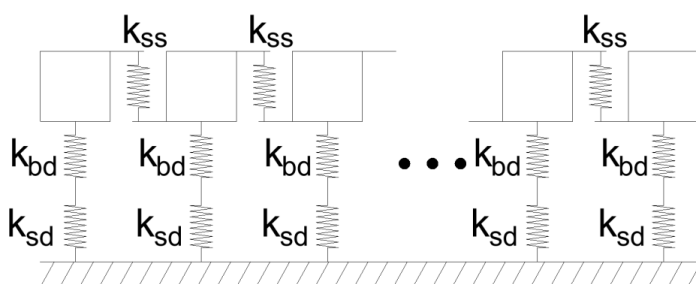
gdzie  $N_F$  jest wykładnikiem określonym wzorem:

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1+b/h+(b/h)^2} \quad (3)$$

Jak przedstawiono wcześniej, zależność pomiędzy współczynnikami nierównomiernego rozkładu obciążenia według ISO 6336-1 [6] opiera się na stosunku szerokości zęba  $b$  do jego wysokości  $h$ . Jako  $b/h$  należy przyjmować mniejszą wartość spośród  $b_1/h_1$  i  $b_2/h_2$ . Gdy  $b/h < 3$ , należy przyjąć  $b/h = 3$ .

#### 4. Proponowane rozwiązanie

Proponowana metoda wyznaczania związku pomiędzy współczynnikami nierównomierności rozkładu obciążenia polega na zastosowaniu modelu segmentowego schematycznie przedstawionego na rys. 1. [15].



Rys. 1. Schemat pierwszego rzędu segmentów modelu

Fig. 1. Diagram of the first row of segments

Badany ząb przekładni zostaje podzielony na skończoną liczbę jednakowej szerokości segmentów, wzajemnie powiązanych ze sobą za pomocą elementów sprężystych (o współczynnikach sprężystości oznaczonych  $k_{ss}$  – rys. 1.). Obciążenie zęba następuje przez przyłożenie sił skupionych indywidualnie do każdego segmentu, a jego następstwem jest przemieszczenie profilu zęba. Każdy segment jest modelowany belką, której sztywności wynikające ze zginania i ścinania są reprezentowane odpowiednio przez współczynniki sztywności  $k_{bd}$  i  $k_{sd}$  (rys. 1.). Nierównomierny rozkład obciążenia wzdłuż linii styku zęba powoduje jednak zróżnicowane odkształcenie zęba wzdłuż jego szerokości, co oznacza, że przemieszczenia segmentów tworzących model zęba są również niejednolite. Różnica odkształcenia przyległych segmentów powoduje powstanie sił poprzecznych wprost proporcjonalnych do sztywności  $k_{ss}$  (rys. 1.). Siła poprzeczna określona zależnością (4) [15] działa obustronnie na każdy segment z wyjątkiem segmentu

pierwszego i ostatniego. Na segmenty skrajne działają jedynie siły poprzeczne – zależności (5) i (6) [15], pochodzące od jednego sąsiadującego segmentu:

$$F_{si} = (y_{i-1} - y_i) \times k_{ss} + (y_{i+1} - y_i) \times k_{ss} \quad (4)$$

$$F_{s1} = (y_2 - y_1) \times k_{ss} \quad (5)$$

$$F_{sns} = (y_{ns-1} - y_{ns}) \times k_{ss} \quad (6)$$

gdzie:  $F_{si}$  – siła poprzeczna w  $i$ -tym segmencie, począwszy od drugiego do przedostatniego,

$y_i$  – odkształcenie  $i$ -tego segmentu,

$ns$  – liczba segmentów,

$k_{ss}$  – współczynnik sztywności przy ścinaniu,

$F_{s1}$  – siła poprzeczna w pierwszym segmencie,

$F_{sns}$  – siła poprzeczna w ostatnim segmencie.

Przybliżony kształt przekroju zęba został otrzymany przez kolejną dyskretyzację zęba w kierunku od stopy do jego głowy. W ten sposób segment został przedstawiony w postaci skończonej liczby belek wysięgnikowych kolejno utwierdzonych ze sobą. Odkształcenie całkowite segmentu jest zatem równe sumie odkształceń wszystkich rzędów składowych belek, z uwzględnieniem ich kątów ugięcia. Sztywność zastępcza każdego segmentu jest określona wzorem (bez uwzględnienia sztywności wynikającej ze zjawiska ścinania między segmentami):

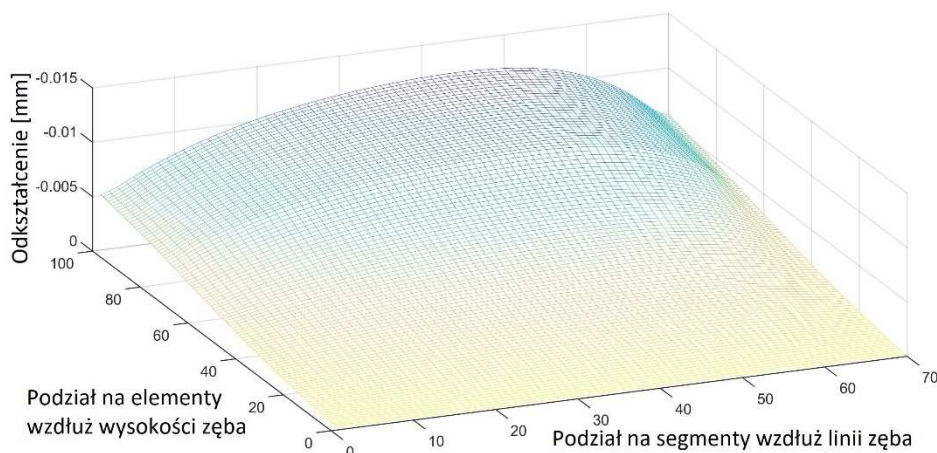
$$k_e = \frac{k_{bd} \times k_{sd}}{k_{bd} + k_{sd}} \quad (7)$$

gdzie:  $k_{bd}$  – współczynnik sztywności przy zginaniu segmentu,

$k_{sd}$  – współczynnik sztywności przy ścinaniu podstawy segmentu.

W efekcie ząb przekładni został podzielony na elementy nie tylko wzdłuż jego szerokości, ale również wzdłuż jego wysokości, dając możliwość badania odkształceń i naprężeń w dwuwymiarowej skali, co przedstawiono dla przykładowego obciążenia na rys. 2. Maksymalne ugięcie zęba występuje w przypadku elementów znajdujących się w obszarze głowy zęba. Ujemne wartości wskazują ugięcie zęba zgodnie ze zwrotem przyłożonego obciążenia (wynika to ze sposobu działania algorytmu obliczeniowego).

Tak skonstruowany model pozwala na wyznaczenie rozkładu naprężeń u podstawy zęba, a tym samym współczynnika  $K_{F\beta}$ , na podstawie zadanego nierównomiernego wzdłuż linii styku przebiegu obciążenia (znana wartość  $K_{H\beta}$ ).



Rys. 2. Przebieg odkształceń zęba przekładni

Fig. 2. Course of the gear tooth deformation

## 5. Analiza otrzymanych wyników

W celu porównania obydwu metod przeprowadzono symulacje polegające na wyznaczeniu współczynników nierównomierności rozkładu obciążenia dla różnych wartości stosunku  $b/h$  dla przekładni o danych zestawionych w tab. 1. Dane te odnoszą się do typowych przekładni stosowanych w turbinach wiatrowych. W analizie przyjęto, że przekładnia jest wykonana z materiału o module Younga  $E = 2,08 \cdot 10^{11}$  Pa i współczynnika Poissona  $\nu = 0,3$ .

Tabela 1. Dane techniczne analizowanej przekładni

Table 1. Technical data of the discussed gear

Parametry	Zębniak	Koło
Moduł normalny $m_n$ , mm	8	
Odległość osi $a_w$ , mm	379	
Szerokość wieńca $b$ , mm	210	
Kąt zarysu zęba $\alpha_n$ , °	25	
Kąt linii śrubowej $\beta$ , °	0	
Liczba zębów $z$	64	30
Przesunięcie zarysu $x$	0,1487	0,233

Dla zadanego przebiegu obciążenia względnego wzdłuż linii styku ( $F/F_{max}$  – rys. 3a) obliczono wartość współczynnika  $K_{H\beta}$ . Następnie, korzystając z modelu segmentowego, wyznaczano przebieg rozkładu naprężeń u podstawy oraz współczynnik nierównomierności  $K_{F\beta}$  dla kolejnych dyskretnych wartości stosunku  $b/h$ . Tym sposobem, przekształcając zależność (2), uzyskano wartości wykładnika

$N_{Fseg}$  w funkcji  $b/h$ , które obrazuje linia przerywana na rys. 3b. Na tym samym wykresie linią punktową zaznaczono wartości wykładnika  $N_{FISO}$  wyznaczonego według normy [6] z zależności (3). Celem porównania obydwu metod obliczono błąd względny (rys. 3c), zdefiniowany jako:

$$\Delta N_F = \frac{|N_{Fseg} - N_{FISO}|}{N_{FISO}} \quad (8)$$

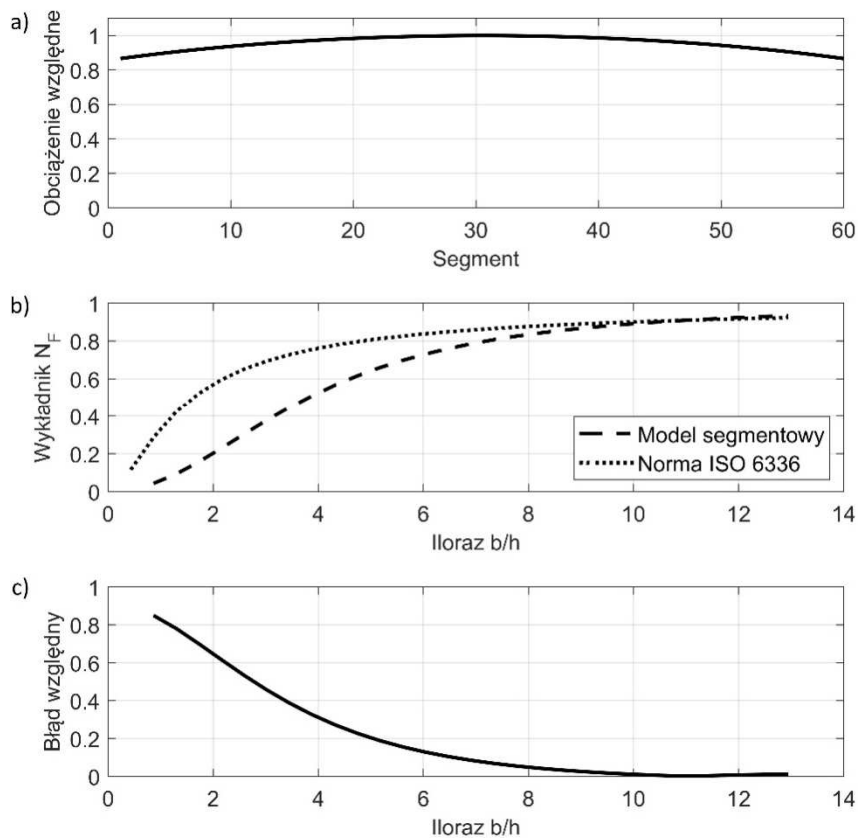
Prezentowane w niniejszej pracy wyniki symulacji odnoszące się do modelu segmentowego wygenerowano na podstawie programu autorskiego opracowanego w środowisku obliczeniowym MATLAB. Istotnym parametrem, ze względu na dokładność obliczeń, jest liczba segmentów oraz liczba rzędów, na jakie jest dzielony ząb badanej przekładni. Jak wspomniano wcześniej, przez liczbę rzędów rozumie się liczbę elementów powstających w wyniku podziału segmentu w kierunku od stopy do głowy zęba. Zwiększanie liczby segmentów i rzędów powoduje asymptotyczne zwiększanie dokładności obliczeń algorytmu, przy jednoczesnym wydłużeniu czasu potrzebnego na wykonanie symulacji. Oznacza to, że po przekroczeniu pewnej liczby elementów wzrost jakości obliczeń jest nieproporcjonalny do wzrostu liczby elementów. W przypadku geometrii przekładni badanej w niniejszej pracy, liczby segmentów oraz rzędów ustalono w symulacji numerycznej. W badaniach symulacyjnych przyjęto, że szerokość segmentu jest stała dla wszystkich analizowanych przypadków obliczeniowych. Aby zapewnić efektywne działanie algorytmu liczbę segmentów w poszczególnych przypadkach obliczeniowych ustalano zgodnie z zależnością:

$$N_{Os} = b/b_s \quad (9)$$

gdzie:  $N_{Os}$  – liczba segmentów,  
 $b_s$  – szerokość segmentu.

Do obliczeń przyjmowano takie wartości  $b$ , aby wielkość  $N_{Os}$  była liczbą całkowitą. Prezentowane w pracy wyniki wygenerowano przy  $b_s = 4$  mm, natomiast jako liczbę rzędów przyjęto wartość 100. Takie dobranie parametrów umożliwia przeprowadzenie dokładnych obliczeń przebiegu rozkładu naprężenia od zginania u podstawy zęba na podstawie zadanego obciążenia wzdłuż linii styku zębów. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę czas potrzebny na przeprowadzenie obliczeń dla różnych wartości ilorazu  $b/h$ , gdzie wartością stałą jest wysokość zęba (uzależniona od modułu), natomiast szerokość wieńca zębatego przyjmuje się jako zmienny parametr. Czas, jaki jest potrzebny na przeprowadzenie tego typu analizy z użyciem komputera PC (z częstotliwością taktowania procesora 2,67 GHz), to około 20 min. Na rysunkach 3-6 przedstawiono wyniki symulacji dla różnych wartości współczynnika  $K_{H\beta}$ . Dla wszystkich analizowanych przypadków metoda segmentowa jest zbieżna z metodą ISO w przedziale dużych wartości stosunku  $b/h$  (powyżej 6). Poniżej tej wartości wyniki stają się rozbieżne,

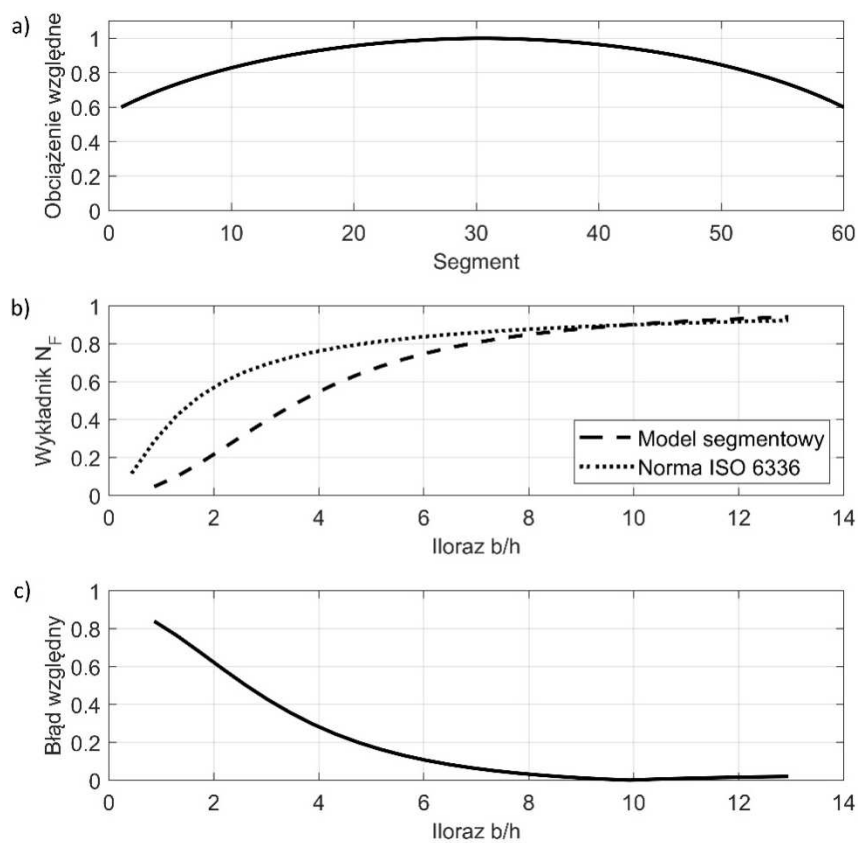
przy czym rozbieżność ta jest mniejsza przy dużej nierównomierności rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku. Należy zauważyć, że współczynnik  $N_F$  obliczony według metody ISO nie zależy od rozkładu obciążenia i dla wszystkich prób numerycznych przyjmuje taki sam przebieg.



Rys. 3. Wyniki przeprowadzonych symulacji dla  $K_{H\beta} = 1,0445$ : a) obciążenie względne, b) porównanie wykładników  $N_F$ , c) błąd względny

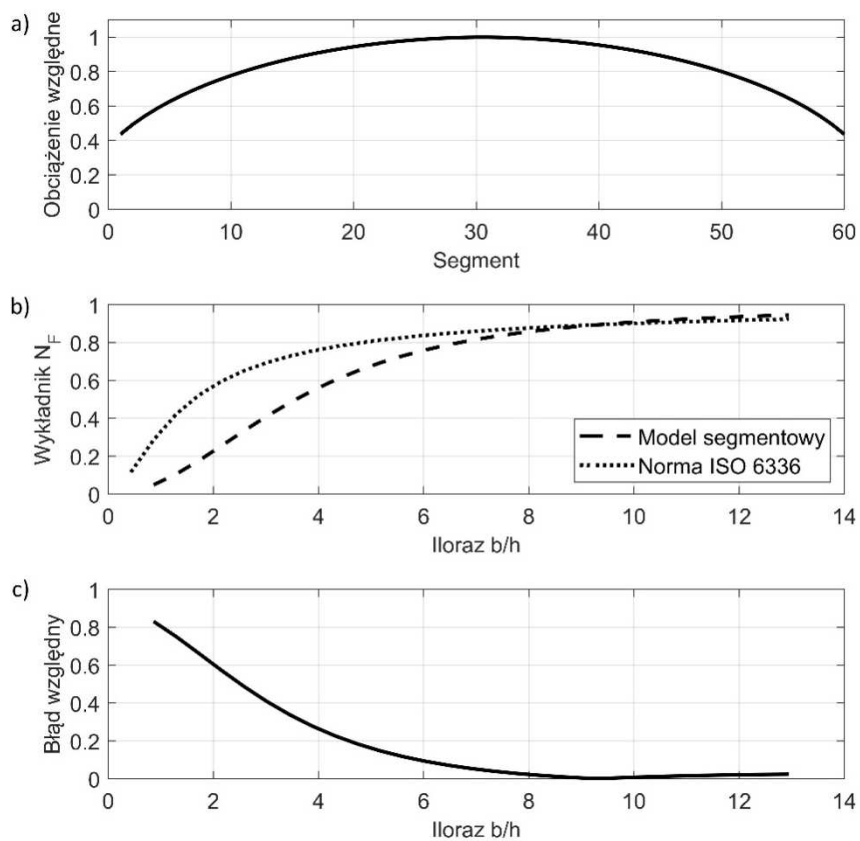
Fig. 3. The results of simulation for  $K_{H\beta} = 1,0445$ : a) relative load, b) comparison of exponents  $N_F$ , c) relative error





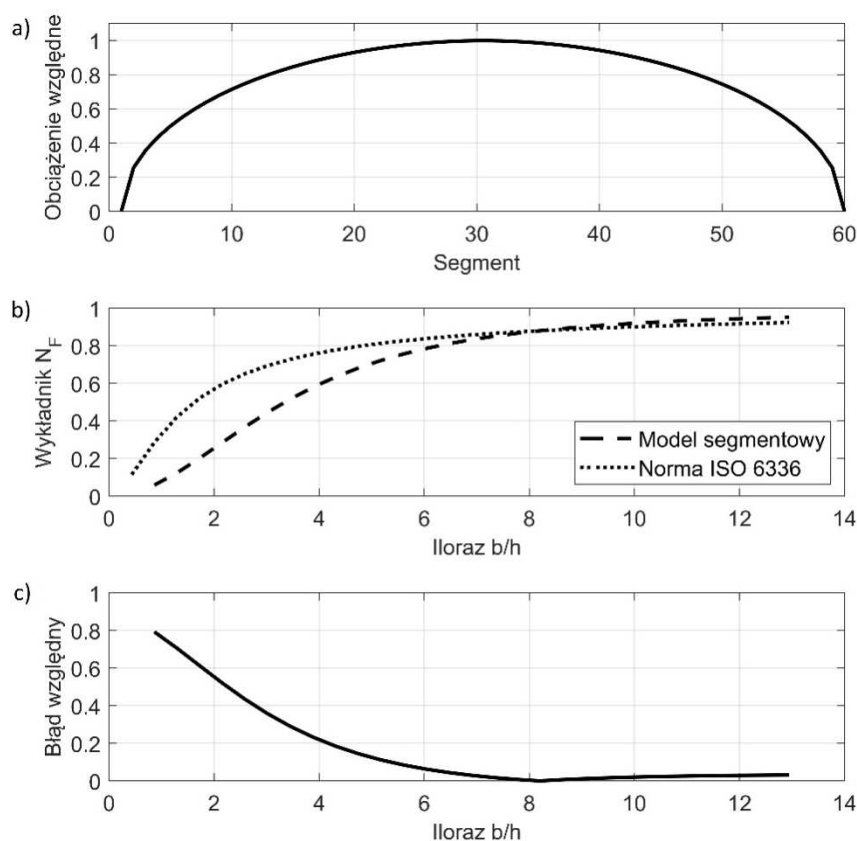
Rys. 4. Wyniki przeprowadzonych symulacji dla  $K_{H\beta} = 1,1362$ : a) obciążenie względne, b) porównanie wykładników  $N_F$ , c) błąd względny

Fig. 4. The results of simulation for  $K_{H\beta} = 1,1362$ : a) relative load, b) comparison of exponents  $N_F$ , c) relative error



Rys. 5. Wyniki przeprowadzonych symulacji dla  $K_{H\beta} = 1,1914$ : a) obciążenie względne, b) porównanie wykładników  $N_F$ , c) błąd względny

Fig. 5. The results of simulation for  $K_{H\beta} = 1,1914$ : a) relative load, b) comparison of exponents  $N_F$ , c) relative error



Rys. 6. Wyniki przeprowadzonych symulacji dla  $K_{H\beta} = 1,2867$ : a) obciążenie względne, b) porównanie wykładników  $N_F$ , c) błąd względny

Fig. 6. The results of simulation for  $K_{H\beta} = 1,2867$ : a) relative load, b) comparison of exponents  $N_F$ , c) relative error

## 6. Uwagi i wnioski

W pracy zaproponowano metodę wyznaczania relacji pomiędzy współczynnikami nierównomierności rozkładu obciążenia w przekładni zębatej. Metodę tę porównano z istniejącymi zaleceniami dotyczącymi wyznaczania nierównomierności rozkładu obciążenia według normy ISO. Przeprowadzone analizy i symulacje skłoniły autorów do sformułowania następujących wniosków:

- opracowany model segmentowy pozwala na podstawie zadanego nierównomiernego rozkładu obciążenia (zadana wartość współczynnika  $K_{H\beta}$ ) na wyznaczenie rozkładu naprężeń u podstawy, a tym samym wartości współczynnika  $K_{F\beta}$ ,

- proponowana metoda daje zbieżne wyniki z metodą ISO przy dużych wartościach stosunku  $b/h$ . Dla wartości stosunku  $b/h$  mniejszych niż 6 wyniki stają się rozbieżne, przy czym maksymalny błąd względny wynosi około 0,8,
- opracowany model segmentowy może zostać zastosowany w diagnostyce przekładni do weryfikacji zazębienia przez wyznaczenie współczynnika  $K_{H\beta}$  na podstawie pomiarów tensometrycznych wykonanych wzdłuż stopy zęba, co będzie przedmiotem dalszych badań,
- przewidywane zastosowanie opracowanej metody w diagnostyce przekładni zębatych oraz niedokładność metody ISO wynikająca z faktu, że nie uwzględnia ona wpływu rozkładu obciążenia na charakter związku pomiędzy współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$ , świadczy o celowości podjętych przez autorów prac.

## Literatura

- [1] Noga S., Markowski T.: Vibration analysis of a low-power reduction gear, *Strength Mater.*, 48 (2016) 507-514.
- [2] Marciniec A., Pacana J., Pisula J., Fudali P.: Comparative analysis of numerical methods for the determinations of contact pattern of spiral bevel gears, *Aircraft Eng. Aerospace Technol.*, 90 (2018) 359-367.
- [3] Chang L., Liu G., Wu L.: A robust model for determining the mesh stiffness of cylindrical gears, *Mechanism Machine Theory*, 87 (2015) 93-114.
- [4] Pedersen N., Jorgensen M.: On gear tooth stiffness evaluation, *Computers Structures*, 135 (2014) 109-117.
- [5] Lias M., Rao T., Awang M., Khan M.: The stress distribution of gear tooth due to axial misalignment condition, *J. Appl. Sci.*, 12 (2012) 2404-2410.
- [6] ISO 6336-1:2006. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors.
- [7] ISO 6336-2:2006. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 2: Calculation of surface durability (pitting).
- [8] ISO 6336-3:2006. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 3: Calculation of tooth bending strength.
- [9] Kawalec A., Wiktor J.: Comparative analysis of tooth-root strength using ISO and AGMA standards in spur and helical gears with FEM-based verification, *J. Mech. Design*, 128 (2006) 1141-1158.
- [10] Timothy J.L., Brian A.S., Robert C.F.: External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques, 111 (2017) 1-9.
- [11] Yanjun P., Ning Z., Pngyuan Q., Mengqi Z., Wang L., Ruchuan Z.: An efficient model of load distribution for helical gears with modification and misalignment, *Mechanism Machine Theory*, 121 (2018) 151-168.

- [12] Chi Z., Changliang C., Liangjin G., Zijie F.: A nonlinear multi-point meshing model of spur gears for determining the face load factor, *Mechanism Machine Theory*, 126 (2018) 210-224.
- [13] Krawiec S., Krawiec M., Leśniewski T.: Correlation of gears strength and methods of determining the coefficient of load distribution along the tooth width, *Lecture Notes in Mechanical Engineering: Proc. 13<sup>th</sup> Int. Sci. Conf: Computer Aided Engineering*, (2016) 275-284.
- [14] Daffner M., Otto M., Stahl K.: Method of measuring the load distribution of spur gear stages, *J. Adv. Mech. Design, Systems Manuf.*, 11 (2017) 1-10.
- [15] Kamycki W.: Analiza zależności pomiędzy współczynnikami  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$  nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku w przekładni zębatej, praca dyplomowa magisterska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska, Warszawa 2017.
- [16] Kamycki W., Noga S.: Investigation of the relationship between contact and Root stress distribution of cylindrical involute gear, *Mechanism Machine Theory*, (2019) (wysłano do druku).

## COMPUTATION VERIFICATION OF THE SEGMENTAL MODEL OF DEPENDENCIES BETWEEN THE FACTORS OF $K_{H\beta}$ AND $K_{F\beta}$ FOR SPUR GEARS

### Summary

This paper deals with the problem of determining the face load factors for spur gears. The authors propose a method used for determination of the correlation between the  $K_{H\beta}$  and  $K_{F\beta}$  factors, related respectively to load distribution due to contact and load distribution due to bending of the gear tooth. The proposed method allows to analyze deformation and stress in two dimensions, taking into account height and width of the gear tooth. The obtained results were compared with the ISO guidelines regarding the face load factors determination and then the regions of compatibility between the methods were analyzed.

**Keywords:** toothed wheel, load distribution, face load factor, stress distribution

DOI: 10.7862/10.7862/rm.2019.03

*Otrzymano/received: 6.06.2019 r.*

*Zaakceptowano/accepted: 14.07.2019 r.*

