

BADANIE ZDOLNOŚCI JAKOŚCIOWEJ PROCESÓW Z JEDNOSTRONNĄ GRANICĄ TOLERANCJI

Analyse of process quality capability with one side specification limit

Katarzyna ANTOSZ, Rafał KLUZ

Streszczenie: Nieodłącznym elementem nadzoru nad procesami produkcyjnymi jest badanie ich zdolności jakościowej. Przeważnie analizowane są procesy o dwustronnej granicy tolerancji. Problem pojawia się, kiedy ograniczenia dla procesów są jednostronne. Nie można wówczas wykorzystać standardowej procedury oceny zdolności jakościowej procesu. W pracy przedstawiona zostanie metodyka oceny zdolności procesów przy jednostronnej granicy tolerancji na rzeczywistym procesie produkcyjnym. Przedstawiona metodyka zostanie zastosowana do analizy zdolności jakości procesu z jednostronną granicą tolerancji.

Słowa kluczowe: kontrola procesów, statystyczne sterowanie procesem SPC, badanie zdolności jakościowej procesu

Abstract: An inherent element of supervision over production processes is the study of their qualitative capability. Most processes are analyzed with a both side specification limit. The problem arises when the process restrictions are one-sided. The standard process quality assessment process cannot be used then. The paper will present the methodology for assessing the capability of processes at the one side specification limit on the actual production process. The presented methodology will be used to analyze the process quality capability with a one-sided specification limit.

Keywords: process control, statistical control process SPC, assessing the quality capability of processes

Wprowadzenie

Kontrola procesów produkcyjnych, a tym samym jakości produkowanych wyrobów, jest świadomym i celowym działaniem przedsiębiorstwa w celu zapewnienia najwyższej jakości produktów. Zapewnienie wysokiej jakości wyrobów szczególnie w przypadku produkcji seryjnej jest jednym z czynników gwarantujących przewagę konkurencyjną. W praktyce przemysłowej do kontroli jakości procesów produkcyjnych, charakteryzujących się z natury zmiennością, wykorzystuje się bardzo często metody statystyczne, które ułatwiają nadzorowanie procesów produkcyjnych, identyfikację przyczyn i analizę niezgodności [1, 5]. Narzędziem pozwalającym na monitorowanie czy proces jest statystycznie sterowalny (przewidywalny w swoim zachowaniu) oraz na odróżnienie zaburzeń, jakie się w nim pojawiają (przyczyn specjalnych) od naturalnej zmienności procesu (przyczyn normalnych) wykorzystuje się Statystyczną Kontrolę Procesu – SPC [7, 8].

Statystyczne sterowanie procesem – SPC

Statystyczne sterowanie procesem pozwala monitorować procesy produkcyjne i biznesowe za pomocą wielu technik (głównie kart kontrolnych) oraz pozwala na oszacowanie w jakim stopniu procesy spełniają stawiane im wymagania (wskaźniki C_p , C_{pk}).

Badanie zdolności jakościowej procesu polega na określeniu jak bardzo dany proces spełnia wymagania w stosunku do określonej cechy. Wskaźniki jakościowe

odnoszą się do postawionych wymagań przez klienta. Wymagania te zwykle dotyczą jednej, konkretnej cechy [2, 4, 6]. Do podstawowych wskaźników zdolności jakościowej procesu zaliczamy wskaźniki C_p oraz C_{pk} . Wskaźnik C_p służy do wyznaczenia rozrzutu procesu biorąc po uwagę granice tolerancji. Wskaźnik C_{pk} określa na ile proces jest wycentrowany tzn. na ile wartość danej cechy jest równa zdolności nominalnej. Oznacza również pojawienie się błędów systematycznych w procesie produkcyjnych. Wskaźnik C_p obliczany jest wg wzoru (1):

$$C_p = \frac{GWG - DWL}{6\sigma} \quad (1)$$

gdzie:

GWG – górny wymiar graniczny, DWL – dolny wymiar graniczny, σ – odchylenie standardowe.

Wskaźnik C_{pk} odnosi się do rzeczywistego przesunięcia względem wartości nominalnej. Wyznacza się go zgodnie ze wzorem (2).

$$C_{pk} = \min \left(\left(GWG - \frac{X_{sr}}{3\sigma} ; \frac{X_{sr} - DWG}{3\sigma} \right) \right) \quad (2)$$

gdzie:

GWG – granica dolna tolerancji, DWG – granica górna tolerancji, x_{sr} – wartość średnia z uzyskanych pomiarów. Spośród obliczonych wartości wybiera się wartość mniejszą. Pożądana wartość obydwu wskaźników C_p oraz C_{pk} , aby można było mówić o procesie stabilnym jakościowo to min 1,33 [2, 3].

W przypadku wyrobów, przy którym określona została dwustronna granica tolerancji, zachowane zostały podstawowe zasady pobierania próbek oraz ich pomiarów, wyznaczenie tych wskaźników nie powinno sprawiać większych trudności. Problem może pojawić się jednak w przypadku wyrobów, przy których określa się tylko jednostronną granicę tolerancji *GWG* lub *DWG*.

Metodyka realizacji pracy

W artykule zaproponowano metodykę wyznaczania wskaźnika C_p dla procesu o jednostronnej granicy tolerancji. Praca zrealizowana zostanie w dwóch etapach:

1. Prezentacja metodyki oceny wyznaczania wskaźnika zdolności jakości procesu dla jednostronnej granicy tolerancji.
2. Wyznaczenie wartości wskaźnika zdolności jakości procesu dla wybranego wyrobu z jednostronną granicą tolerancji.

Metodyka wyznaczania wskaźnika dla jednostronnej granicy tolerancji

Proponowana metodyka obliczania zdolności składa się z następujących etapów:

- 1) Pobranie próbek z procesu.
Do przeprowadzenia badań zdolności procesu należy pobrać próbkę z wybranego procesu ($n \geq 50$). Zdolność procesu jest to prawdopodobieństwo uzyskania wyrobów w granicy tolerancji wyrażone za pomocą współczynnika C_p .
- 2) Określenie czy zebrane dane mają rozkład normalny.
Do oceny zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym można wykorzystać wybrany test zgodności np. test Kołmogorowa czy Pearsona lub wykorzystać program komputerowy np. Statistica lub Minitab, mający zaimplementowane do tego narzędzia.
- 3) Wyznaczenie prawdopodobieństwa uzyskania wyrobów w granicach tolerancji.
Gdy mamy do czynienia z jednostronną granicą tolerancji to prawdopodobieństwo uzyskania wyrobów dobrych można policzyć przez numeryczne wyznaczenie całki (3) lub (4) w zależności od tego czy tolerancja jest określona jako *DWG* czy *GWG*.

$$P(X \geq DWG) = \int_{DWG}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x_w-x)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3)$$

$$P(GWG \geq X) = \int_{-\infty}^{GWG} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x_w-x)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (4)$$

Prawdopodobieństwo to można wyznaczyć również korzystając z własności dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego (5) lub (6) w zależności od tego czy tolerancja jest określona jako *DWG* czy *GWG*:

$$P(X \leq GWG) = \Phi \left[\frac{GWG - x_{sr}}{\sigma} \right] \quad (5)$$

$$P(X \geq DWG) = \Phi \left[\frac{DWG - x_{sr}}{\sigma} \right] \quad (6)$$

Sposób wyznaczenia prawdopodobieństwa powinien przebiegać następująco:

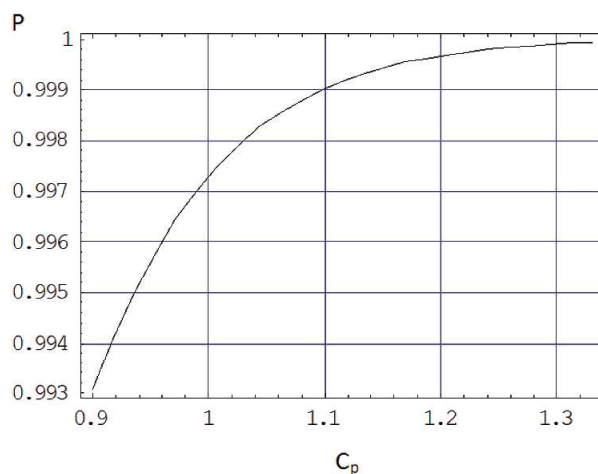
1. Wyznaczyć z pobranej próbki wartość średnią x_{sr} i odchylenie standardowe σ .
2. Obliczyć i wyznaczyć odpowiednie wartości ze wzorów (7) lub (8) w zależności od tego czy tolerancja jest określona jako *DWG* czy *GWG*.

$$\left| \frac{DWG - x_{sr}}{\sigma} \right| \quad (7)$$

$$\frac{GWG - x_{sr}}{\sigma} \quad (8)$$

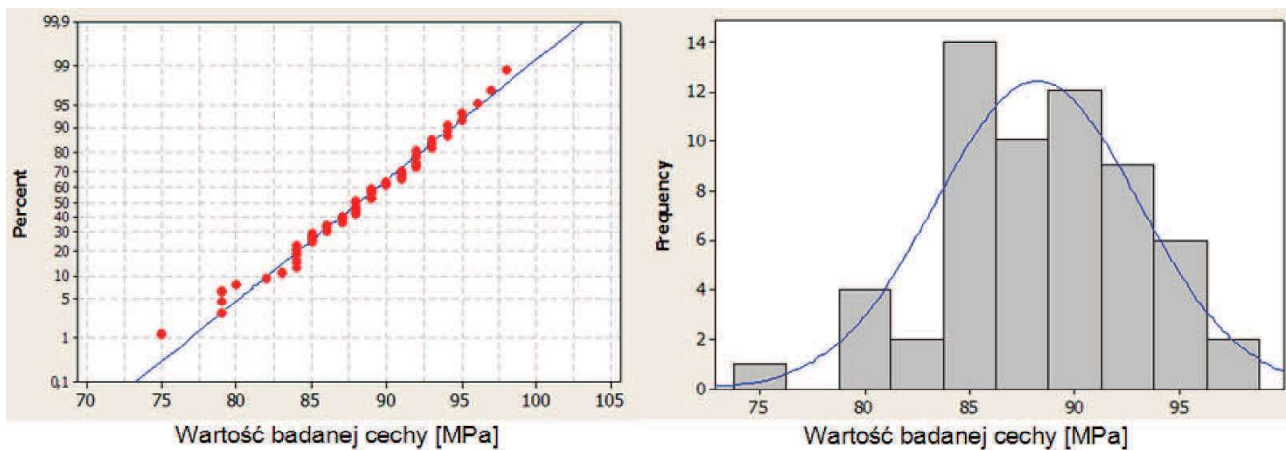
3. Odczytać z tablicy wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego (jest to poszukiwana wartość prawdopodobieństwa).
4. Odczytać wartości wskaźnika C_p .

Należy odczytać z wykresu (rys. 1) wartość wskaźnika C_p odpowiadającego wyznaczonej wartości prawdopodobieństwa.



Rys. 1. Zależność wartości wskaźnika C_p od prawdopodobieństwa P uzyskania wyrobów dobrych jakościowo
Fig. 1. The dependence of the value of the pointer C_p from the probability P of getting good quality products

- 4) Wyznaczenie wartości wskaźnika C_{pk} .
Wartość wskaźnika C_{pk} należy wyznaczyć ze wzoru (2) w zależności od tego czy tolerancja jest określona jako *DWG* czy *GWG*. Wartość tego wskaźnika powinna wynosić przynajmniej $C_{pk} > 1$. Wartość mniejsza niż jeden wskazuje na pojawienie się błędu systematycznego.



Rys. 2. Badanie normalności rozkładu
Fig. 2. Normality test of the results

Wyznaczenie zdolności jakościowej procesu dla wybranego wyrobu z jednostronną granicą tolerancji

Badanie zdolności jakościowej procesu przeprowadzono dla wybranego wyrobu przemysłu lotniczego. Dla badanego parametru określono jednostronną (dolną) granicę tolerancji $DWG = 75$ MPa. Badanie przeprowadzono zgodnie z proponowaną procedurą. Z procesu pobrano $n = 50$ próbek, dla których dokonano pomiaru badanej cechy. Z wykorzystaniem programu Minitab zbadano czy uzyskane wyniki podlegają rozkładowi normalnemu (rys. 2).

Na podstawie uzyskanych wyników można przyjąć, że zebrane dane są zbliżone do rozkładu normalnego. Ponieważ mamy do czynienia z jednostronną granicą tolerancji ($DWG = 75$ MPa) to prawdopodobieństwo uzyskania wyrobów dobrych można policzyć korzystając z własności dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego (6):

$$P(X \leq DWG) = P(X \leq 75) = \Phi\left[\frac{75 - x_{\bar{s}r}}{\sigma}\right]$$

Interesuje nas prawdopodobieństwo tego że zmiana losowa jest większa niż DWG :

$$P(X \geq DWG) = P(X \geq 75) = 1 - \Phi\left[\frac{75 - x_{\bar{s}r}}{\sigma}\right]$$

Ponieważ rozpatrujemy dolny wymiar graniczny (DWG) to wartość w nawiasie będzie miała wartość ujemną, ponieważ $x_{\bar{s}r} = 89.2$ MPa, a $\sigma = 4,72$. Korzystając z własności dystrybuanty (9):

$$\Phi[-u] = 1 - \Phi[u] \quad (9)$$

można wykazać że w rozpatrywanym przypadku wartość prawdopodobieństwa wynosi:

$$P(X \geq DWG) = P(X \geq 75) = \Phi\left[\frac{75 - x_{\bar{s}r}}{\sigma}\right]$$

Znając obliczone wartości $x_{\bar{s}r} = 89,2$, a $\sigma = 4,72$ wyznaczmy:

$$\left|\frac{75 - x_{\bar{s}r}}{\sigma}\right| = \left|\frac{75 - 89,2}{4,72}\right| = 3,01$$

Dla wyznaczonej wartości 3,01 odczytana z tablicy dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego wartość prawdopodobieństwa wynosi 0,9988. Dla wyznaczonej wartości prawdopodobieństwa odczytujemy z rysunku 1 wartość wskaźnika C_p . W rozpatrywanym przypadku jego wartość wynosi $C_p = 1,1$.

Wartość wskaźnika C_{pk} należy wyznaczyć z zależności (2) jako:

$$C_{pk} = \frac{x_{\bar{s}r} - DWG}{3\sigma} = \frac{89,2 - 75}{3 \times 4,72} \approx 1$$

Wartość wskaźnika powinna być większa niż jeden ($C_{pk} > 1$). Wartość mniejsza wskazuje na pojawienie się błędów systematycznego powodującego wystąpienie wyników poniżej 75 MPa. Wartość większa niż $C_{pk} > 2C_p - 1$ nie prowadzi do pojawienia się wyrobów niezgodnych (prawostronnie wymiar nie jest ograniczony), jednak może wskazywać na rozregulowanie procesu.

Podsumowanie

Istniejące standardy zarządzania jakością wymagają od przedsiębiorstw nieustannego doskonalenia jakości realizowanych procesów. Nieodzownym elementem sterowania i doskonalenia jakości procesów są wskaźniki zdolności procesów. Bez ich wykorzystania bardzo trudno jest doprowadzić procesy do takiego stanu, aby w sposób optymalny spełniały potrzeby klientów. W praktyce przemysłowej powszechnie wykorzystuje się wskaźniki I, II oraz coraz częściej III generacji. Wskaźniki te jednak mają zastosowanie dla procesów odznaczających się dwustronną granicą tolerancji. Problem pojawia się

wówczas, gdy badana specyfikacja ma jednostronną granicę tolerancji, ponieważ do oceny procesu nie można wykorzystać klasycznych wskaźników oceny zdolności jakościowej. Dlatego w przedstawionej pracy opracowano metodykę oceny takich procesów, którą zweryfikowano na przykładzie wybranego wyrobu w przedsiębiorstwie z branży lotniczej. Przeprowadzona analiza wykazała, że opracowana metoda z powodzeniem może być wykorzystana w rzeczywistych warunkach produkcyjnych z wykorzystaniem dostępnego na rynku oprogramowania.

LITERATURA

- [1] Grau D. 2009. "New process capability indices for one-sided tolerances". *Quality Technology Quantitative Management*, vol. 6 (2): 107–124.
- [2] Greber T. 2005. „Badanie zdolności procesów – niebezpieczne wskaźniki”. *Zarządzanie Jakością* (1): 43–51.
- [3] Grudowski P. i in. 1996. „Zarządzanie jakością”. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 1996.
- [4] Hamrol A. 2008. „Zarządzanie jakością z przykładami”. Wyd. drugie zmienione, Warszawa: PWN.
- [5] Jessenberger J., C. Wehs. 2009. "A note on a multivariate analogue of the process capability index Cp". *Quality Technology Quantitative Management*, vol. 5 (2).
- [6] Łunarski J. 2008. „Zarządzanie jakością: standardy i zasady”. Warszawa: WNT.
- [7] Zahid A., A. Sultana. 2008. "Assessment and comparison of multivariate process capability indices in ceramic industry". *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 39 (1): 18–25.
- [8] Zymonik Z., A. Hamrol, P. Grudowski. 2013. „Zarządzanie jakością i bezpieczeństwem”, Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.

dr inż. Katarzyna Antosz – Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej, Katedra Technologii Maszyn i Inżynierii Produkcji, Al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, e-mail: katarzyna.antosz@prz.edu.pl

dr inż. Rafał Kluz – Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej, Katedra Technologii Maszyn i Inżynierii Produkcji, Al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, e-mail: rkkmiop@prz.edu.pl