

# MONOLITYCZNA A HIERARCHICZNA METODA HARMONOGRAMOWANIA MONTAŻU WIELOWARIANTOWYCH PRODUKTÓW – PORÓWNANIE DWÓCH KONCEPCJI

## *Monolithic and hierarchical method of scheduling for assembly of multi-option products – comparison of two concepts*

Marek MAGIERA

---

**Streszczenie:** W artykule porównano dwie metody przeznaczone do budowy najkrótszych harmonogramów montażu. Dotyczą one linii montażowych z maszynami równoległymi, wyposażonymi w bufory międzyoperacyjne o ograniczonych pojemnościach. Uwzględniono sztywne, a także alternatywne marszruty montażu. Metody przeznaczone są dla produktów wielowariantowych – każdy z produktów określonego typu może posiadać wyróżniające go cechy, uwzględniające wymagania odbiorców. W przypadku przedstawionej w artykule metody hierarchicznej najpierw dokonywany jest przydział operacji do maszyn, a następnie wyznaczane są czasy rozpoczęcia danych operacji. Zastosowano programowanie całkowitoliczbowe – poszczególnym poziomom metody przyporządkowano liniowe modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego. Zaprezentowaną w pracy metodę hierarchiczną porównano z metodą monolityczną, dzięki której operacje równocześnie rozdzielane są w przestrzeni i w czasie. W rezultacie zastosowaniu programowania całkowitoliczbowego metoda monolityczna umożliwia wyznaczanie optymalnych harmonogramów montażu. Przedstawiono wyniki eksperymentów obliczeniowych, których celem było porównanie obu koncepcji wyznaczania harmonogramu montażu.

**Słowa kluczowe:** linie montażowe, harmonogramowanie montażu, szeregowanie operacji, programowanie całkowitoliczbowe

**Abstract:** The monolithic and the hierarchical method are compared in the paper. They are intended to build as short assembly schedules as possible. The methods are constructed for assembly lines with parallel machines and with intermediate buffers. A fixed and an alternative assembly routes are regarded. The most important, distinctive feature of these methods, is that they are provided for multi-option products. Assembly of various products in different variants is the reply to the contemporary challenges faced by the manufacturers, who try to satisfy the demands of individual customers. The hierarchical method consists of two levels. The first level of the hierarchical method is connected with balancing machine workloads. The task scheduling is accomplished on the second level of the method. The mathematical models of integer programming tasks were built for its specific levels. The presented in the paper hierarchical method was compared with the monolithic method. The problems of balancing machine workloads and scheduling are solved simultaneously using the monolithic method. Using integer programming and the monolithic concept allowed to determine optimum solutions. The results of computational experiments with the proposed approaches for scheduling for assembly of multi-option products are presented.

**Keywords:** assembly lines, assembly scheduling, scheduling, integer programming

---

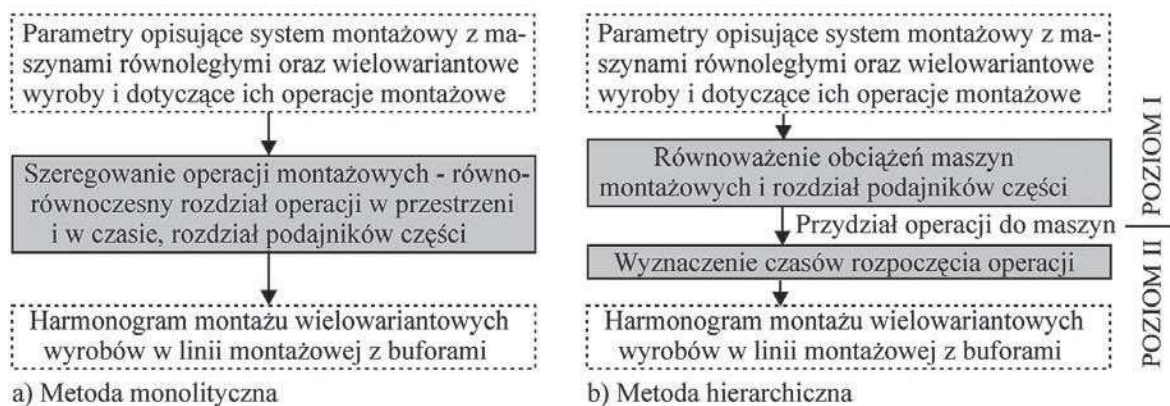
### **Wprowadzenie – koncepcje rozdziału zadań w harmonogramowaniu montażu**

Harmonogramowanie montażu – czynność polegająca na budowie harmonogramu montażu – obejmuje dwa podstawowe zadania: rozdział operacji montażowych w przestrzeni (ich przydział do maszyn) oraz rozdział operacji w czasie (wyznaczenie czasów rozpoczęcia wykonywania poszczególnych operacji) [2]. Zadania te mogą być wykonywane równocześnie – tak jest w przypadku koncepcji monolitycznej (jednopoziomowej) lub zadania wykonywane są kolejno – charakteryzuje się tym koncepcja hierarchiczna (wielopoziomowa) [9].

W artykule porównano obie koncepcje dotyczące harmonogramowania montażu z uwzględnieniem montażu wielowariantowych produktów. Odpowiedzią na konieczność montowania konkurencyjnych produktów było opracowanie metod dotyczących budowy harmonogramu montażu wielowariantowych produktów. Dzięki temu

wzięto pod uwagę indywidualne wymagania odbiorców, a produkty mają specyficzne cechy (dodatkowe części, odmienne parametry techniczne) – spełniane są zatem wymagania klientów. Konieczność spełniania szeregu specjalistycznych wymagań w systemach montażowych, mających wpływ na indywidualizację wytwarzania, zauważono m.in. w pracy [4].

Dwie koncepcje harmonogramowania montażu wielowariantowych produktów zilustrowano na rys. 1. W przypadku metody dotyczącej koncepcji hierarchicznej na poziomie I dokonywany jest przydział operacji do maszyn i rozdział podajników części, a następnie operacje są szeregowane. Nie jest to oczywiście jedyny wariant metody hierarchicznej. W pracach [7] oraz [5] opublikowano metody opracowane przez autora tego artykułu, w których na poziomie I operacje przydzielane są do stadiów, a przydziały operacji do maszyn (z uwzględnieniem wcześniej dokonanego rozdziału operacji pomiędzy stadia) oraz rozdział operacji w czasie dokonywany jest na



Rys. 1. Schematy blokowe dwóch metod: a) metoda monolityczna, b) metoda hierarchiczna  
 Fig. 1. Block diagram of two methods: a) the monolithic method, b) the hierarchical method

poziomie II. Jednakże w przypadku produktów wielowariantowych, których dotyczy znaczna liczba parametrów i zmiennych, praktyczniejsza jest koncepcja zilustrowana na rys. 1b – rozdział operacji do maszyn dokonywany jest na poziomie I. Ma to korzystny wpływ na złożoność obliczeniową.

W publikacji porównano metody oparte na obu koncepcjach – metodę monolityczną oraz hierarchiczną, zaproponowane przez autora artykułu. Postawione zadanie do rozwiązania za pomocą tych metod można sformułować następująco: mając dane parametry opisujące wielowariantowe produkty, linię montażową z maszynami równoległymi wyposażoną w bufory międzyoperacyjne o ograniczonej pojemności, należy zbudować jak najkrótszy harmonogram montażu tych produktów. Równocześnie należy dokonać rozdziału podajników montowanych części. Uwzględnić należy rodzaj marszruty montażu: sztywną (każdy typ operacji przydzielany jest do maszyn należących do jednego stadium) lub alternatywną (każdy typ operacji przydzielany jest do co najmniej jednego stadium). Należy wziąć pod uwagę także ograniczoną dostępność maszyn montażowych.

Schematy blokowe zamieszczone na rys. 1 dotyczą metod opracowanych w celu rozwiązania opisanego zadania. Wykorzystano programowanie całkowitoliczbowe w przypadku obu metod. Dzięki zastosowaniu tego narzędzia informatycznego i monolitycznego podejścia do rozwiązania problemu, można wyznaczać rozwiązania optymalne. Jednakże zastosowanie metody monolitycznej skutkuje koniecznością rozwiązywania problemów o znacznych rozmiarach, wpływa to też niekorzystnie na czas obliczeń. W związku z tym w przypadku problemów o relatywnie znacznych rozmiarach proponowane jest zastosowanie metody hierarchicznej. Opracowana metoda hierarchiczna charakteryzuje się przypisaniem modeli matematycznych poszczególnym poziomom. Modele te zawierają binarne zmienne decyzyjne. Oznaczenia modeli matematycznych zestawiono w tab. 1.

Ujętą w artykule problematykę harmonogramowania montażu szerzej opisano w pracach [7] i [8]. Zalety

Tabela 1. Zestawienie oznaczeń modeli matematycznych  
 Table 1. Symbols for the mathematical models

Metoda	Sztywne marszruty	Alternatywne marszruty
Monolityczna	M1	M2
Hierarchiczna	M3 – poziom I, M5 – poziom II	M4 – poziom I, M5 – poziom II

stosowania programowania matematycznego w budowie harmonogramów montażu potwierdzają m.in. prace [8] i [1]. W rozdziale drugim artykułu zawarto informacje dotyczące modeli matematycznych przypisanych poszczególnym metodom. Rozdział trzeci poświęcony jest porównaniu obu koncepcji na przykładzie zaprezentowanych metod.

#### Modele matematyczne dotyczące metody monolitycznej i hierarchicznej

Modele matematyczne M1 i M2, dotyczące metody monolitycznej zostały zaprezentowane szczegółowo w pracy [6] autora niniejszego artykułu. Do najważniejszych zmiennych, stosowanych w tych modelach należą zmienne binarne  $q_{ijls}$ , w przypadku których  $q_{ijls} = 1$ , jeżeli na maszynie  $i$  operacja  $j$  dotycząca produktu  $s$  jest wykonywana w przedziale czasowym  $l$ . W pracy [6] opisano również specyfikę struktury danych dotyczących wielowariantowych produktów, zamieszczono przykład cyfrowego przedstawienia ograniczeń dotyczących kolejności montażu części składowych produktów. W związku z uwzględnieniem planowanych przestojów maszyn, wskazane jest oszacowanie obciążenia tzw. wąskiego gardła  $LBP_{max}$ , np. za pomocą procedury opisanej w pracy [7] (str. 170).

Przedstawienie modeli matematycznych M3, M4 i M5, dotyczących koncepcji hierarchicznej, poprzedzone jest zestawieniem parametrów i zmiennych wykorzystanych w tych modelach, zamieszczonym w tab. 2.

Tabela 2. Zestawienie oznaczeń zbiorów, parametrów i zmiennych dotyczących koncepcji hierarchicznej  
 Table 2. Summary of sets, parameters and variables connected with hierarchic approach

Zbiory:	
$I$	– zbiór maszyn montażowych: $I = \{1, \dots, M\}$ ;
$J$	– zbiór typów operacji montażowych: $J = \{1, \dots, N\}$ ;
$K$	– zbiór typów montowanych produktów: $K = \{1, \dots, T\}$ ;
$L$	– zbiór przedziałów czasowych: $L = \{1, \dots, H\}$ ;
$S$	– zbiór indeksów wielowariantowych produktów;
$V$	– zbiór stadiów: $V = \{1, \dots, A\}$ ;
$J^C$	– zbiór operacji montażowych polegających na domontowaniu części pobranej z podajnika, $J^C \subset J$ ;
$J^1$	– zbiór operacji podstawowych, $J^1 \subset J$ ;
$J^2$	– zbiór operacji dodatkowych (nadających specyficzne cechy wielowariantowym produktom), $J^2 \subset J$ ;
$O^1$	– zbiór par $(k, j)$ , w przypadku których operacja podstawowa $j \in J^1$ dotyczy produktu typu $k \in K$ ;
$O^2$	– zbiór par $(s, j)$ , w przypadku których operacja dodatkowa $j \in J^2$ dotyczy produktu $s \in S$ ;
$R^1$	– zbiór uporządkowanych trójek $(k, r, j)$ , w których kolejno wykonywane operacje podstawowe $r, j \in J^1$ dotyczą produktu typu $k$ ;
$R^2$	– zbiór uporządkowanych trójek $(s, r, j)$ , w których kolejno wykonywane operacje $r, j \in J$ dotyczą produktu $s$ i co najmniej jedna operacja należy do zbioru $J^2$ ;
$T$	– zbiór uporządkowanych par $(s, k)$ , w których produkt $s$ jest typu $k$ ;
$V_j$	– zbiór stadiów zawierających maszyny zdadne do wykonania operacji $j \in J$ ;
$Z$	– zbiór uporządkowanych par $(i, v)$ , w przypadku których maszyna $i$ należy do stadium $v$ ;
Parametry:	
$a_{vj}$	– przestrzeń robocza maszyny umieszczonej w stadium $v$ wymagana dla wykonania operacji $j$ ;
$b_v$	– przestrzeń robocza maszyny umieszczonej w stadium $v$ , w której mogą być umieszczone podajniki;
$d_v$	– pojemność bufora międzyoperacyjnego umieszczonego przed stadium $v$ ;
$g_{ev}$	– czas transportu produktu pomiędzy maszynami umieszczonymi w stadiach $e$ oraz $v$ ;
$P_{jk}^1$	– czas wykonywania operacji podstawowej $j \in J^1$ dotyczącej produktu typu $k$ ;
$P_{js}^2$	– czas wykonywania operacji dodatkowej $j \in J^2$ dotyczącej produktu $s$ ;
$n_{il}$	= 1, jeżeli maszyna $i$ jest dostępna w przedziale czasowym $l$ , inaczej $n_{il} = 0$ ;
Zmienne:	
● dotyczące modeli M3 i M4 (poziom I):	
$P_{max}$	– obciążenie najbardziej obciążonej maszyny montażowej (tzw. wąskiego gardła);
$x_{ij}$	= 1, jeżeli typ operacji $j$ przydzielono do maszyny $i$ , inaczej $x_{ij} = 0$ ;
$z_{ijs}$	= 1, jeżeli do maszyny $i$ przydzielono operację $j$ dotyczącą produktu $s$ , inaczej $z_{ijs} = 0$ ;
● dotyczące modelu M5 (poziom II):	
$q_{isl}$	= 1, jeżeli w przedziale czasowym $l$ operacje dotyczące produktu $s$ wykonywane są na maszynie $i$ ; inaczej $q_{isl} = 0$ ;
$y_{vsl}$	= 1, jeżeli w przedziale czasowym $l$ produkt $s$ znajduje się w buforze międzyoperacyjnym umieszczonym przed stadium $v$ , inaczej $y_{vsl} = 0$ ;

Przedstawione modele M3 i M4 dotyczące poziomu I metody hierarchicznej:

Zminimalizować:  $P_{\max}$  (1)  
przy ograniczeniach:

$$\sum_{(k,j) \in O^1} \sum_{s \in S} p_{jk}^1 z_{ijs} + \sum_{(s,j) \in O^2} p_{js}^2 z_{ijs} +$$

$$+ \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} (1 - n_{il}) \leq P_{\max}; \quad i \in I$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1; \quad j \in J - \text{w przypadku modelu M3} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq 1; \quad j \in J - \text{w przypadku modelu M4} \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0; \quad (i, v) \in D; \quad j \in J; \quad v \notin V_j \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J^e} a_{vj} x_{ij} \leq b_v; \quad (i, v) \in D \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} z_{ijs} = 1; \quad (s, k) \in T; \quad j \in J: (k, j) \in O^1 \vee (s, j) \in O^2 \quad (7)$$

$$z_{ijs} \leq x_{ij}; \quad i \in I; \quad j \in J; \quad (8)$$

$$(s, k) \in T: (k, j) \in O^1 \vee (s, j) \in O^2$$

$$z_{ijs} + z_{trs} \leq 1; \quad (i, v), (\tau, v) \in D; \quad (9)$$

$$r, j \in J; \quad s \in S; \quad i \neq \tau; \quad r \neq j$$

$$\sum_{i \in I} i z_{ijs} \leq \sum_{i \in I} i z_{irs}; \quad j, r \in R; \quad (10)$$

$$(s, k) \in T: (k, j, r) \in R^1 \vee (s, j, r) \in R^2$$

$$z_{ijs} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad j \in J; \quad s \in S \quad (11)$$

Modele M3 i M4 przeznaczone są do równoważenia obciążeń – minimalizowane jest obciążenie najbardziej obciążonej maszyny  $P_{\max}$  (1). Ograniczenia dotyczące tych modeli zapewniają: (2) – wyznaczenie obciążenia najbardziej obciążonej maszyny, (3) – sztywność marszrut montażu (w przypadku modelu M3), (4) – alternatywność marszrut montażu (w przypadku modelu M4), (5) – eliminację przydziałów operacji montażowych do niewłaściwych maszyn, (6) – umieszczenie podajników części przy poszczególnych maszynach tylko w przypadku dostępności przestrzeni roboczej tych maszyn, (7) – rozdział wszystkich operacji podstawowych oraz dodatkowych pomiędzy maszyny, (8) – przydział operacji dotyczących montażu wielowariantowych produktów do tych maszyn, którym przydzielono możliwość wykonywania odpowiednich typów operacji, (9) – obciążenie co najwyżej jednej z maszyn równoległych przez dany produkt, (10) – przepływ jednokierunkowy i wykonywanie operacji

zgodnie z danymi sekwencjami montażowymi (cyfrowo zapisanymi w zbiorach  $R^1$  i  $R^2$ ); (11) – binarność zmiennych decyzyjnych.

Wyznaczone za pomocą modeli M3 i M4 wartości zmiennych  $z_{ijs}$  stanowią dane wejściowe do zadania rozwiązywanego na poziomie II metody hierarchicznej. Wykorzystano je do wyznaczenia  $t_{is}$  – czasów obciążeń poszczególnych maszyn i przez wielowariantowe produkty  $s$  – zgodnie z równaniem (12).

$$t_{is} = \sum_{k \in K: (s, k) \in T} \sum_{j \in J^1: (k, j) \in O^1} p_{jk}^1 z_{ijs} + \sum_{j \in J^2: (s, j) \in O^2} p_{js}^2 z_{ijs}; \quad i \in I; \quad s \in S \quad (12)$$

Model M5, który dotyczy poziomu II metody hierarchicznej:

$$\text{Zminimalizować należy: } \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} l q_{isl} \quad (13)$$

$$\text{przy ograniczeniach: } \sum_{i \in I} q_{isl} = t_{is}; \quad l \in L; \quad s \in S \quad (14)$$

$$\sum_{s \in S} q_{isl} \leq n_{il}; \quad i \in I; \quad l \in L \quad (15)$$

$$\sum_{l \in L} \frac{l q_{isl}}{t_{is}} - \sum_{l \in L} \frac{f q_{rsf}}{t_{rs}} - \frac{t_{is} + t_{rs}}{2} \geq g_{ev}; \quad (16)$$

$$(i, v), (\tau, e) \in D; \quad s \in S; \quad e < v; \quad t_{is}, t_{rs} > 0$$

$$l q_{isl} - f q_{rsf} \leq t_{is} - 1 + (H + 1)(1 - q_{rsf}); \quad (17)$$

$$i \in I; \quad l, f \in L; \quad l > f; \quad s \in S$$

$$\sum_{l \in L} \frac{l q_{isl}}{t_{is}} - \sum_{l \in L} \frac{l q_{tsl}}{t_{ts}} - \frac{t_{is} + t_{ts}}{2} - g_{ev} \leq \sum_{l \in L} y_{vsl}; \quad (18)$$

$$s \in S; \quad l \in L;$$

$$(i, v), (\tau, e) \in D; \quad e < v; \quad t_{is}, t_{ts} > 0; \quad \sum_{w=\tau}^i t_{ws} = t_{ts} + t_i \quad (18)$$

$$l y_{vsl} \leq \sum_{f \in L} \frac{f q_{rsf}}{t_{is}} - \frac{t_{is} - 1}{2} - 1; \quad (19)$$

$$(i, v) \in D; \quad v > 1; \quad s \in S; \quad t_{is} > 0$$

$$l y_{vsl} \geq \sum_{f \in L} \frac{f q_{rsf}}{t_{ts}} + \frac{t_{ts} + 1}{2} + g_{ev} - (H + 1)(1 - y_{vsl}); \quad (20)$$

$$s \in S; \quad l \in L;$$

$$(i, v), (\tau, e) \in D; \quad e < v; \quad t_{ts} > 0; \quad \sum_{w=\tau}^i t_{ws} = t_{ts} + t_i \quad (20)$$

$$\sum_{s \in S} y_{vsl} \leq d_v; \quad l \in L; \quad v \in V \setminus \{1\} \quad (21)$$

$$q_{isl}, y_{vsl} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad l \in L; \quad s \in S; \quad v \in V \quad (22)$$



Minimalizacja sumy (13) zapewnia nie tylko wyznaczenie najkrótszych harmonogramów, ale także najkrótsze czasy zakończenia montażu poszczególnych produktów. Ograniczenia dotyczące modelu M5 zapewniają: (14) – wykonanie wszystkich operacji na maszynach przydzielonych na poziomie I z uwzględnieniem czasu operacji montażowych, (15) – montaż wyłącznie w okresie dostępności poszczególnych maszyn, (16) – rezerwację czasu na transport produktów między stadiami i jednokierunkowy przepływ produktów, (17) – niepodzielność każdej operacji w czasie i w przestrzeni, (18) – wyznaczenie liczby przedziałów czasowych, w których poszczególne produkty będą umieszczone w buforach, (19) – umieszczenie produktów w buforach przed wykonaniem kolejnej operacji, (20) – obciążenie buforów przez produkty po wykonaniu ostatniej operacji, (21) – respektowanie ograniczonej pojemności buforów, (22) – binarność zmiennych decyzyjnych.

### Eksperymenty obliczeniowe – porównanie metody monolitycznej i hierarchicznej

Celem przeprowadzonych eksperymentów obliczeniowych była nie tylko weryfikacja modeli matematycznych, ale przede wszystkim porównanie metody monolitycznej i hierarchicznej – zmierzenie ich zalet oraz wad. Eksperymenty te objęły 5 grup zadań. W przypadku każdej z grup rozwiązano 25 przykładów testowych. Modele matematyczne zostały zakodowane w języku AMPL (A Modelling Language for Mathematical Programming) [3]. Do wstępnego testowania modeli (weryfikacja ograniczeń) wykorzystano pakiet optymalizacji dyskretnej GNU Linear Programming Kit (GLPK), do obliczeń zastosowano GUROBI [10].

Porównano długości wyznaczanych harmonogramów i czasy obliczeń. W przypadku metody hierarchicznej wyznaczono długość harmonogramu  $C_{\max}$  za pomocą równania (23). Analogiczne równanie dotyczące metody monolitycznej zamieszczono w pracy [6], w której opisano tę jednopoziomową metodę. Wskaźniki  $w_1$  i  $w_2$  służą do porównania długości harmonogramów. Wskaźnik  $w_1$  dotyczy sztywnych marszrut montażu, natomiast  $w_2$  określony jest dla marszrut alternatywnych. Zdefiniowano je

w równaniach (24), gdzie indeksy górne przy  $C_{\max}$  zawierają oznaczenia modeli zastosowanych w celu budowy harmonogramu.

$$C_{\max} = \max_{i \in I, l \in L, s \in S} lq_{is} \quad (23)$$

$$w_1 = \frac{C_{\max}^{M3,M5} - C_{\max}^{M1}}{C_{\max}^{M1}} \cdot 10\%, \quad (24)$$

$$w_2 = \frac{C_{\max}^{M4,M5} - C_{\max}^{M2}}{C_{\max}^{M2}} \cdot 10\%$$

Zdefiniowane w równaniach (25) wskaźniki  $c_1$  (dotyczący sztywnych marszrut montażu) i  $c_2$  (dotyczący alternatywnych marszrut montażu) przeznaczone są do porównania czasów obliczeń.  $CPU^M$  oznacza czas obliczeń przy wykorzystaniu modelu M.

$$c_1 = \frac{CPU^{M1} - CPU^{M3,M5}}{CPU^{M3,M5}} \cdot 10\%, \quad (25)$$

$$c_2 = \frac{CPU^{M2} - CPU^{M4,M5}}{CPU^{M4,M5}} \cdot 10\%$$

W tab. 3 zestawiono parametry grup zadań testowych i wartości średnie wskaźników porównań metod.

Wartości średnie wskaźników  $c_1$  i  $c_2$  potwierdzają skrócenie czasów obliczeń w przypadku zastąpienia metody monolitycznej metodą hierarchiczną. W przypadku zadań testowych o największych rozmiarach (grupa 5) harmonogramy budowane za pomocą metody monolitycznej wyznaczane były w dłuższym czasie – o ok. 20%, a w przypadku marszrut alternatywnych o ok. 22% dłuższym czasie niż w przypadku zastosowania metody hierarchicznej. To skrócenie czasów obliczeń zostało okupione pewną odchyłką od optimum, co wykazują wartości wskaźników  $w_1$  i  $w_2$ . Ponadto zastosowanie marszrut sztywnych przyczyniło się do zwiększenia długości harmonogramów maksymalnie do ok. 8% – w porównaniu do dozwolenia marszrut alternatywnych, czyli takich marszrut, w przypadku których każdy typ operacji przydzielony jest do maszyn należących do różnych stadiów.

Tabela 3. Parametry grup zadań testowych i wyniki porównania metod  
Table 3. Parameters of groups of tasks and results of comparison of the methods

Grupa zadań	Parametry grupy zadań						Sztywne marszrut		Alternatywne marszrut	
	A	M	N	W	S	H	$w_1$ [%]	$c_1$ [%]	$w_2$ [%]	$c_2$ [%]
1	2	4	10	3	6	16	6,7	3,8	6,2	4,1
2	2	6	12	4	8	18	6,4	9,7	5,8	9,7
3	3	6	14	5	10	18	4,5	12,2	4,5	12,9
4	3	6	14	5	10	20	3,7	16,5	3,3	18,2
5	4	8	16	6	12	25	3,9	20,1	3,3	21,9

Liczby: A – stadiów, M – maszyn, N – typów operacji montażowych, W – typów produktów, S – produktów, H – przedziałów czasowych

Należy ponadto podkreślić, że największą zaletą metody hierarchicznej jest możliwość zastosowania jej do rozwiązywania problemów o relatywnie znacznych rozmiarach, w przypadku których nie ma możliwości wykorzystania metody monolitycznej (ze względu na ograniczenia dotyczące stosowalności pakietów optymalizacji dyskretniej).

#### Uwagi końcowe

Dokonane porównanie dwóch metod dotyczących harmonogramowania montażu wielowariantowych produktów wykazało wady i zalety tych metod. Oczywiście największą zaletą metody monolitycznej jest wyznaczenie rozwiązań optymalnych – najkrótszych harmonogramów montażu. Zostało to osiągnięte dzięki zastosowaniu programowania całkowitoliczbowego. Dzięki rozwojowi techniki komputerowej i oprogramowania widoczne są bardzo dobre perspektywy dla tego narzędzia matematycznego – można rozwiązywać zadania o coraz większych rozmiarach, a czas obliczeń staje się coraz krótszy. Jednakże rozwiązywanie zadań o relatywnie dużych rozmiarach jest czasochłonne. W takim przypadku proponowane jest stosowanie metody hierarchicznej – zadania rozwiązywane są w wielokrotnie krótszym czasie kosztem pewnej odchyłki od optimum. Podział problemu globalnego na kolejno rozwiązywane zadania, co jest charakterystyczne dla metody hierarchicznej skutkuje tym, że na każdym poziomie uwzględnia się mniejszą liczbę parametrów, zmiennych, a także ograniczeń. Dzięki temu za pomocą metody wielopoziomowej można rozwiązywać zadania o większych rozmiarach niż w przypadku metody jednopoziomowej.

Metoda hierarchiczna może być skutecznie stosowana w przypadku konieczności reharmonogramowania – w związku z wielokrotnie krótszymi czasami obliczeń w porównaniu do metody hierarchicznej. Opisane metody uwzględniają tylko planowane przestoje maszyn. W przypadku awarii zachodzi konieczność budowy nowego harmonogramu montażu w relatywnie krótkim czasie – przy uwzględnieniu zmodyfikowanych danych dotyczących dostępności maszyn montażowych.

Uwzględnienie wielowariantowych produktów to korzyść dotycząca obu metod. Jest to odpowiedź na

wymagania stawiane przez rynek, charakteryzujący się dążeniem do uzyskania przewagi konkurencyjnej w montażu produktów spełniających wymagania klientów.

*Wydanie publikacji finansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (dotacje podmiotowe na utrzymanie potencjału badawczego).*

#### LITERATURA

- [1] Akpınar S., A. Baykasoglu. 2014. "Modelling and solving mixed-model line balancing problem with setups. Part I: A mixed linear programming model". *Journal of Manufacturing Systems* 33 (1):177–187.
- [2] Castillo L. et. al. 2005. "Planning, scheduling and constraint satisfaction: from theory to practice". Amsterdam: IOS Press.
- [3] Fourer R., D. Gay, B. Kernighan. 2003. „AMPL, A Modelling Language for Mathematical Programming”. Duxbury Press, Pacific Grove.
- [4] Łunarski J. 2017. „Doskonalenie procesów projektowania działaniami innowacyjnymi w zautomatyzowanej produkcji masowej”. *Technologia i Automatykacja Montażu* (3): 4–5.
- [5] Magiera M. 2015. "Comparative analysis of two hierarchical methods of assembly planning for producers of electric and electronic equipment". *Przegląd Elektrotechniczny* (4): 86–90
- [6] Magiera M. 2017. „Monolityczna metoda harmonogramowania montażu wielowariantowych produktów w hybrydowych systemach przepływowych”. *Technologia i Automatykacja Montażu* (2): 13–18.
- [7] Magiera M. 2016. „Wybrane metody planowania przepływów produktów przez linie produkcyjne i łańcuchy dostaw”. Kraków: Wydawnictwa AGH.
- [8] Sawik T. 1999. "Production Planning and Scheduling in Flexible Assembly Systems". Berlin: Springer-Verlag.
- [9] Schneeweiss Ch. 1999. "Hierarchies in Distributed Decision Making". Berlin: Springer-Verlag.
- [10] [www.gurobi.com](http://www.gurobi.com) (Gurobi Optimizer), dostęp 01.2018.

dr inż. Marek Magiera – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Badań Operacyjnych, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: mmagiera@zarz.agh.edu.pl